**Разбор**

**Муниципального этапа ВСОШ**

**по Республике Бурятия**

**2019**

**Задача А (7-8 кл.)**

*Фабрика*

На фабрике по изготовлению мебели поступил новый заказ. Нужно в указанный срок изготовить A комплектов круглой мебели и B комплектов квадратной мебели. Один комплект состоит из стола и стульев. Причем, круглый стол окружен пятью стульями, а квадратный четырьмя. Для скорого выполнения заказа дизайн мебели был выбран такой, что и столы, и стулья имеют одинаковые ножки. Однако количество ножек у разной мебели различается. Так, у мебели из квадратного комплекта ножек всегда по четыре. У круглого стола целых пять ножек, а вот у стульев из этого комплекта только три. Ножки для мебели производят в другом цехе, поэтому нужно вначале сделать заказ на некоторое их количество. Какое наименьшее число нужно вписать в заказ, чтобы можно было сделать A комплектов круглой и B комплектов квадратной мебели.

Дано два натуральных числа A и B (A, B ≤ 1000000000).

Выведите одно число, ответ на задачу.

|  |  |
| --- | --- |
| Входные данные | Выходные данные |
| 1 1 | 40 |

**Решение**

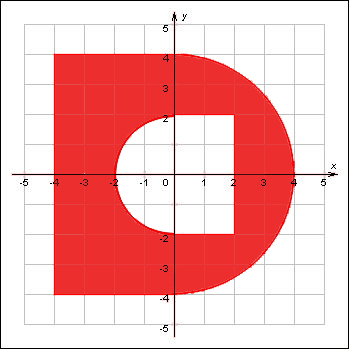
Посчитаем, сколько ножек понадобится для каждого комплекта мебели. Для круглого комплекта получаем 5 \* 3 + 5 = 20, для квадратного получаем 4 \* 4 + 4 = 20. В итоге получаем формулу 20 \* (A + B). Для языков программирования с 32 битным типом данных для целых чисел для решения нужно было использовать 64 битный тип данных, так как по ограничениям получалось число 40000000000.

**Задача B (7-8 кл.)**

*Деталь*

На любом современном производстве, как известно, требуется очень высокая точность. Для производства деталей специфической формы для начала делается чертеж. И только после этого происходит вытачивание детали. Нужно написать алгоритм, который по координатам рабочей части станка, отвечающей за вытачивание, определял необходимо действие. Если эти координаты не попадают на чертеж, то нужно в этом месте деталь сточить. За стачивание детали отвечает команда X, а за пропуск команда O. По координатам положения рабочей части станка над деталью выведите текущее действие станка.

Чертеж детали представляет собой фигуру на координатной плоскости. Есть два параметра А и B (A меньше B). Первый отвечает за отверстие в детали, второй за внешние границы детали. Отверстие неправильной формы, справа от оси OY отверстие прямоугольное, его стороны параллельны осям координат и пересекают оси в позициях А и -А, а слева - полукруглое радиуса А. Внешние границы слева от оси ОY прямоугольные, с пересечением осей координат в позициях B и -B. Справа граница полукруглая, с радиусом В. Для лучшего понимания формы чертежа смотрите рисунок.



В первой строке даны два натуральных числа - параметра А и B (A, B ≤ 100).

Во второй строке даны координаты текущего положения рабочей части станка (|X|, |Y| ≤ 100).

Выведите одну букву (X или O), означающую действие станка в текущей точке.

|  |  |
| --- | --- |
| 2 4  0 0 | X |
| 5 10  8 8 | O |

**Решение**

Для решения нужно было перебрать все варианты попадания точки в разные части фигуры. При попадании точки в квадрат со стороной Z должно выполняться условие: |X|<=Z и |Y|<=Z. Таких проверок будет две, слева и справа от оси OY. При попадании точки в круг с радиусом Z должно выполняться условие: X\*X + Y\*Y <= Z\*Z (уравнение окружности). И таких проверок также две.

**Задача А (9-11 кл.)**

*Числа*

Лаврентий и Казимир играли в игру. У Лаврентия есть два числа, а у Казимира есть три числа. Казимир должен угадать числа Лаврентия, а Лаврентий числа Казимира. Лаврентий очень быстро нашел те три числа, которые были у его друга. Но Казимиру повезло меньше, и вот он уже час сидит и гадает, какие же числа есть у Лаврентия. Лаврентию это начинает надоедать и он сделал подсказку, сказав, что сумма его чисел - это отношение первого числа Казимира ко второму, а произведение его чисел - это отношение третьего числа ко второму. Казимир уже начал писать что-то на листе бумаги, а Вы сможете найти два числа Лаврентия быстрее?

Дано три натуральных числа Казимира. Числа не больше 1000000.

Выведите два целых числа Лаврентия в порядке по не убыванию.

|  |  |
| --- | --- |
| 1 13 42 | 6 7 |

**Решение**

У этой задачи два правильных решения. Первое решение – это перебор. Так как ограничения всего 10^6, то переберем все возможные числа X, проверив при этом, что найдется такое число Y, что будут выполнены описанные в условии требования. Второе решение математическое, составим из входных данных систему уравнений и решим ее. Найденные значения выведем в порядке возрастания.

**Задача B (9-11 кл.)**

*Шифровка*

Для шифрования паролей придумано много алгоритмов и вот один из них. Дана зашифрованная строка, первый символ которой совпадает с оригинальной строкой. Каждый последующий символ строки шифруется следующим образом. Алфавит циклически сдвигается вправо, при этом буква А переходит в букву B, и так далее. Второй символ кодируется символом, стоящим на том же месте, что и до сдвига. Процесс повторяется для всех последующих символов.

Дана зашифрованная строка из заглавных и строчных латинских букв. Длина строки не больше 100000.

Выведите расшифрованное сообщение.

|  |  |
| --- | --- |
| abcde | aaaaa |

**Решение**

Для решения этой задачи нужно научиться переводить любую букву строки в начальную букву до шифрования. Для этого нужно знать только позицию, на которой стоит символ. Если символ С стоит на позиции i, то при кодировании он циклически сдвинулся на i позиций вправо. Так как длина строки на много больше, чем размер алфавита, то сдвигать можно было по модулю числа 26 (размер латинского алфавита). При расшифровке сдвиг нужно делать в обратном направлении, то есть влево. Для этого можно воспользоваться формулой: char(‘a’+(c-‘a’-i%26+26)%26), где ‘a’ – первая буква алфавита (т.е. для заглавных нужна формула с буквой ‘A’).

**Задача C (9-11 кл.)**

*Треугольные войны*

В далеком треугольном мире идут треугольные войны. На треугольном поле битвы сошлись две треугольные армии, и их треугольные воины выстроились в шеренги. Для увеличения мощи армии воины в шеренге должны быть расположены в том порядке, при котором оборонительные щиты большего радиуса стоят вначале. Радиус оборонительного щита рассчитывается, как радиус окружности, описанной вокруг треугольного воина. Если же радиус щита каких-либо двух воинов совпадает, то их относительных порядок друг относительно друга не должен поменяться. Расставьте воинов в требуемом порядке.

В первой строке находится одно натуральное число N - количество воинов в треугольной армии (5 ≤ N ≤ 100000). В следующих N строках идет описание воинов в виде трех чисел - стороны треугольного воина (1 ≤ A, B, C ≤ 1000). Гарантируется, что треугольник невырожденный.

Выведите список номеров воинов, в котором они должны построиться.

|  |  |
| --- | --- |
| 3  3 4 5  2 5 6  1 2 2 | 2 1 3 |

*Примечание: радиус описанной около треугольника окружности вычисляется как произведение длин его сторон, поделенное на учетверенную площадь этого треугольника.*

**Решение**

Так как формула радиуса описанной около треугольника окружности была написана в условии задачи, то для решения оставалось найти площадь треугольника по трем его сторонам, например формулой Герона. После этого требовалось расположить треугольники в порядке уменьшения радиусов, а в случае равенства радиусов первее должен идти тот, у которого порядковый номер в исходном наборе меньше. Это достигалось сортировкой с компаратором, реализующим правила сравнения.

**Задача D (9-11 кл.)**

*Богатыри*

Напал на Русь-матушку супостат невиданный. Да выстроились бравы молодцы в ряд, дабы этого супостата победить. Да победить так, чтобы былины сказывали о силе богатырей русских, о их храбрости и доблести.

Стоят богатыри в ряд, не дрогнут. Каждый силою наделен невиданной, да записанной целым числом немаленьким. Но и враг не слаб, что пришел из-за гор. И победить его богатырям одной силы мало будет. Но не силой враг побеждается, а храбростью воинов славных. Смотрят богатыри перед собой прямо, гордо, так что грудь дугой выгибается. Храбрость каждого велика, да велика за счет силы соратников. Так, если же слева от богатыря есть более сильный, да такой, что ближе всего к нему, то на него и положится богатырь, и влево смотреть не будет, так как прикроют его. Также и справа он положится на товарища, коль найдется такой. Храбрость тогда его будет такой же, как произведение сил товарищей, на которых он положился. Если же нет слева или справа кого (только с одной стороны), то он сам прикроет товарищей, а его храбрость есть произведение его силы на товарища слева или справа, которые его прикрывают. Если же слева и справа нет более сильного, чем богатырь, то тогда он и есть главная опора войска, и его храбрость есть его сила в квадрате.

Богатырей много, но один в поле не воин. И храбрость всего войска рассчитывается как среднее среди храбрости всех богатырей. Все уже на местах своих, и дабы предвидеть итог, Илья Муромец хочет определить храбрость всего войска.

Дано число N (1 ≤ N ≤ 100000) - количество богатырей в войске. В следующей строке записано N натуральных чисел - сила каждого богатыря (≤ 1000000000).

Выведите храбрость войска с точностью до 8 знаков после десятичной точки.

|  |  |
| --- | --- |
| 3  2 4 3 | 12.000000000000000 |

**Решение**

Для вычисления среднего значения нужно сумму всех храбростей поделить на количество воинов. Для нахождения храбрости для каждого воина требовалось воспользоваться алгоритмом нахождения ближайшего большего элемента слева и справа от заданного. Зная величины слева и справа, нужно посчитать среднее значение храбрости во всем войске. Однако, при вычислении суммы всех храбростей могли получаться большие значения, вплоть до 10^23, что ломало решения на языках с ограничениями на типы данных. Для решения нужно было воспользоваться типами данных больше, чем 64 бит, либо выполнять операцию деления на количество воинов для каждого слагаемого. Ответ требовалось вывести с точностью до 8 знаков после десятичной точки.

**Задача E (9-11 кл.)**

*Плотная застройка*

На пороге третьего тысячелетия, население земли будет во много раз больше, чем сейчас, места под строительство домов будет крайне мало. Для того, чтобы в будущем нам всем хватило места, проекты современных зданий нужно разрабатывать уже сейчас. Так, инженер Иван изобрел проект здания, с которым и хочет поделиться с нами. Здание состоит из комнат и этажей, но удивительное в этом здании то, что чем выше оно поднимается от земли, тем больше комнат помещается на этаже. При этом, из единственной комнаты на первом этаже ведет ровно два прохода к комнатам на этаже выше, и из каждой комнаты выше также либо ведет два пути в две комнаты на следующем этаже, либо нет проходов вообще. Лифт в таком доме также необычный и перемещается не только вверх и вниз, но и вправо и влево, то есть перемещается как раз по проходам между комнатами. Здание к тому же еще и поддерживает возможность разворота целого участка комнат, для чего под каждой комнатой есть механизм, разворачивающий комнату с номером X и все комнаты выше на 180 градусов относительно плоскости дома. Получается зеркальный разворот всего участка от комнаты X и выше. При этом пути, что вели влево, стали вести вправо, и наоборот. Однако это нарушает работу лифта, который не может после разворота понять, куда же ему везти пассажиров. Напишите программу, которая по описанию первоначального состояния дома, а также списку запросов на подъем с этажа 1 до комнаты номер Y, и списку запросов на разворот части дома от комнаты с номером Z выводит строку с командами лифту поворачивать влево или вправо при подъеме от этажа к этажу.

В первой строке дано два числа N и K ( 5 ≤ N, K ≤ 100000) - количество комнат в доме и количество комнат, от которых ведут два коридора выше. В следующих K строках идет описание таких комнат в формате A B C (1 ≤ A, B, C ≤ N), где А - это комната с коридорами вверх, B - комната влево по коридору, С - комната вправо по коридору. В следующей строке дано число Q  (5 ≤ Q ≤ 100000). Далее идет описание Q запросов в формате T X (1 ≤ X ≤ N), где T принимает одно из двух значений: 1 или 2. 1 - запрос подъема на лифте до комнаты с номером X; 2 - запрос поворота части здания по комнате с номером X на 180 градусов.

Для каждого запроса первого типа выведите путь от первой комнаты до требуемой, который должен пройти лифт. Гарантируется, что суммарная длина путей лифта по всем запросам не превосходит 100020.

**Решение**

Для решения задачи нужно понимать, что при повороте любого поддерева все пути в нем поменяются на противоположные, т.е. левый поворот станет правым и наоборот. Запишем все комнаты в массив под теми номерами, которые они имеют в задаче, и для каждой комнаты будем хранить два значения – номер комнаты, из которой мы пришли в нашу комнату, двигаясь вверх, и флажок – был ли поворот относительно нашей комнаты, а также символ перехода – «L» для левого перехода и «R» для правого. Теперь, при запросе второго типа будем просто менять значение флажка о развороте поддерева на противоположный. При запросе первого типа от номера вершины пройдем от заданного номера комнаты до комнаты номер 1 (корень дерева), и запишем все повороты. Сделать это можно обычным циклом по переходам на этаж ниже, либо воспользоваться алгоритмом поиска в глубину. При этом нужно поддерживать флажок, был ли поворот поддерева, или нет. Если мы встречаем поворот, то меняем значение флажка на противоположный. Если при печати очередного поворота флажок поднят, то выводить нужно другой поворот (вместо L выводится R и наоборот).

**Задача F (9-11 кл.)**

*Побег*

В тюрьме строгого режима готовится побег. И это не нравится местному надзирателю, ведь в побегах нет ничего хорошего. Но не все так плохо, и надзиратель узнал план побега, а также ключевые места в маршруте заключенных. Так, самым уязвимым место из плана надзиратель посчитал площадку для тренировок. Этим он и решил воспользоваться, дабы остановить всех заключенных. При побеге заключенные планируют на самодельных парашютах из простыней на площадку, после чего направляются дальше. Чтобы после приземления они остались стоять на месте, надзиратель растянул стену колючей проволоки между каждой парой столбов на площадке. Заключенный остается на месте, если его окружает со всех сторон построенная стена. Сегодня день побега, и надзиратель уже предупредил охрану у стены. Теперь он смотрит с наблюдательного поста за тем, куда приземляются заключенные. Ваша задача по координатам столбов на площадке и координатам приземления заключенных определить сколько из них осталось стоять на площадке.

В первой строке дано число N (3 ≤ N ≤ 100000). Далее в N строках даны координаты столбов на площадке aX и aY (aX, aY ≤ |1000000000|). В следующей строке дано число M (3 ≤ M ≤ 100000) - количество заключенных. Далее в M строках даны координаты приземления заключенных bX и bY (bX, bY ≤ |1000000000|).

Выведите одно число - количество заключенных, которые остались на площадке.

|  |  |
| --- | --- |
| 4  0 0  0 2  2 0  2 2  3  1 1  1 2  3 4 | 2 |

**Решение**

Разделим задачу на две части.

Первая часть - поиск такой области на площадке, внутри которой любая точка будет заперта. Все точки из входных данных, отвечающие за столбы, должны лежать внутри выпуклого многоугольника. Таким образом нужно найти такой выпуклый многоугольник, стороны которого образованы стенами из колючей проволоки. Так как стены проведены между каждой парой столбов, то такой многоугольник будет выпуклой оболочкой данного множества точек. Найти выпуклую оболочку можно, например, алгоритмом Грэхэма-Эндрю.

Вторая часть – проверка всех точек второго множества на попадание внутрь построенного выпуклого многоугольника. Так как точке и в многоугольнике, и во втором множестве много, то проверку нужно делать как можно быстрее. Для этого можно воспользоваться идеей двоичного поиска и искать вхождение точки в многоугольник за асимптотику O(log(N)), что укладывается во временные ограничения на задачу.